



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۲
۲۱ دی ۱۴۰۳

پرسشنامه

اختصاصی ریاضی - فیزیک

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از سؤال	تا سؤال	محتوای آزمون	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان (۱)	۲۰	۱	۲۰	فصل ۱ تا فصل ۳ تا انتهای درس اول (صفحه ۱ تا ۷۹)	۳۵ دقیقه
۲	هندسه (۲)	۱۰	۲۱	۳۰	فصل ۱ و فصل ۲ تا ابتدای تجانس (صفحه ۹ تا ۴۳)	۱۸ دقیقه
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	فصل ۱ و فصل ۲ تا ابتدای احتمال شرطی (صفحه ۱ تا ۴۷)	۱۷ دقیقه
	تعداد کل سؤال:	۴۰			مدت پاسخ‌گویی:	۷۰ دقیقه

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

حسابان

مدت پاسخ‌گویی: ۳۵ دقیقه

۱- اگر مجموع n جمله اول دنباله حسابی $1, 2, 3, \dots$ با مجموع شش جمله اول دنباله هندسی $31, 62, \dots$ برابر باشد، مقدار n کدام است؟

- (۱) ۶۲ (۲) ۶۳ (۳) ۳۱ (۴) ۳۰

۲- مجموع مربعات ریشه‌های معادله $x^2 - 8x + 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۴۴ (۲) ۴۵ (۳) ۴۷ (۴) ۴۶

۳- بیشترین مقدار سهمی $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) -1 (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۱

۴- از تساوی $\frac{x+y}{2x-y} = \frac{2x-3y}{x-y}$ حاصل $\frac{y}{x}$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۵- معادله $0 = \sqrt{4x-x^2} - \sqrt{x^2-2x-3} + \sqrt{5}$ چند جواب صحیح دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۶- مساحت محصور به نمودار توابع $y = |x-1|$ و $y = 2-|x|$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

۷- نقطه $O(1, a)$ مرکز دایره‌ای است که بر دو خط $12x - 5y = 12$ و $5x + 12y = 0$ مماس است. مقدار $[a]$ کدام است؟ $[]$ نماد جزء صحیح است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -1 (۴) صفر

۸- اگر $A(0, -1)$ و $B(-2, 1)$ و $C(-1, a)$ سه رأس یک مثلث باشند که در آن طول ارتفاع CH برابر $\sqrt{32}$ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۹- مجموعه $C = [1, +\infty)$ را برای کدام یک از توابع زیر می‌توان به عنوان هم‌دامنه در نظر گرفت؟

- (۱) $y = \sqrt{x+1} - 1$ (۲) $y = 1 - \sqrt{x-1}$

- (۳) $y = \sqrt{x-2} + 2$ (۴) $y = \sqrt{x+2} - 2$

محل انجام محاسبات

۱۰- دو تابع $f(x) = \sqrt{(m+1)x^2 + (m-1)x + (m+1)} + 2$ و $g(x) = \{(a, b)\}$ با هم برابرند. حاصل $a+b+m$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۱

۱۱- برد تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & -3 < x < 0 \\ \sqrt{x} - 2 & 0 \leq x < 4 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $[-2, +\infty)$ (۲) $[-2, 0)$
(۳) $[-2, 0) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$ (۴) $[-2, 4) \cup (9, +\infty)$

۱۲- اگر $f(x) = [15-x] + [35+x]$ ، حاصل $f(\pi^2 - 10)$ کدام است؟

- (۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲

۱۳- نمودار تابع $f(x) = [\frac{1}{4}x]$ ، $-4 < x < 4$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۴- اگر $f = \{(1, 2), (3, 5), (4, -1), (2, 1)\}$ و $g = \{(-3, 4), (2, -1), (6, 3), (1, 4), (5, 2)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f \cdot g}{f + g}$ شامل چند عضو است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۵- اگر $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = \frac{3-x}{4}$ چند جواب دارد؟

- (۱) بی شمار (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۶- اگر $f(x) = -x^2$ و $g(x) = x^2$ حاصل $(g \circ f)(x) - (f \circ g)(x)$ کدام است؟

- (۱) $2x^4$ (۲) $-2x^4$ (۳) صفر (۴) $-2x^2$

۱۷- اگر $f(x^3 + 3x^2 + 3x) = x$ حاصل $f^{-1}(2)$ چقدر است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۶ (۴) ۲۹

محل انجام محاسبات

۱۸- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 0 \\ -x + 2k + 4 & x > 0 \end{cases}$ روی دامنه‌اش یک به یک نیست. حداقل مقدار $[k]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۱ (۴) صفر

۱۹- اگر $g(x) = \frac{2 - a\sqrt{x+b}}{4}$ ضابطه وارون تابع $f(x) = 4x^2 - 4x + 3$, $x \leq \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $2a + 3b$ کدام است؟

- (۱) -10 (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) -۲

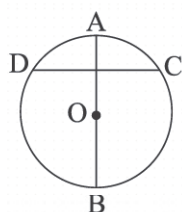
۲۰- برد تابع $f(x) = 2^x - 2^{x+1} + 1$ کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 0)$ (۳) $(-\infty, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

مدت پاسخ‌گویی: ۱۸ دقیقه

هندسه

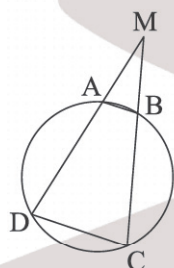
۲۱- در دایره $C(O, 3)$ قطر AB بر وتر CD عمود است. اگر اندازه کمان AD برابر x و اندازه کمان BC برابر $4x - 20^\circ$ باشد، طول



کمان AC کدام است؟

- (۱) π (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) 3π (۴) $\frac{2\pi}{3}$

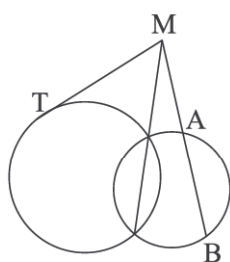
۲۲- در شکل زیر شعاع دایره ۴ واحد است. اگر $AB = 4$ و $CD = 4\sqrt{2}$ و $\widehat{BC} = \frac{1}{4}\widehat{AD}$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{ABC}$ چند درجه است؟



- (۱) 66° (۲) 129° (۳) 132° (۴) 155°

محل انجام محاسبات

۲۳- در شکل زیر، طول MB دو برابر طول مماس MT است. حاصل $\frac{MA}{AB}$ کدام است؟



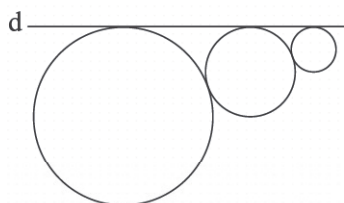
(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{5}$

۲۴- در شکل زیر، مرکز سه دایره روی یک خط قرار دارند و هر سه بر خط d مماس‌اند. اگر شعاع دایره‌های کوچک و متوسط به ترتیب ۳ و ۶ واحد باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر کدام است؟



(۱) ۹

(۲) ۸

(۳) ۱۵

(۴) ۱۲

۲۵- در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $۲\sqrt{3}$ ، طول خط‌المرکزین دو دایره محیطی و محاطی خارجی آن کدام است؟

(۲) $۴\sqrt{3}$

(۱) ۲

(۴) $۶\sqrt{3}$

(۳) ۴

۲۶- در مثلث ABC ، عمودمنصف ضلع BC و نیمساز داخلی زاویه A ، یکدیگر را فقط در نقطه D قطع می‌کند. چهارضلعی $ABDC$ الزاماً کدام است؟

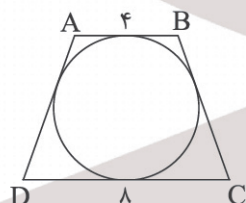
(۲) محیطی

(۱) محاطی

(۴) نه محاطی نه محیطی

(۳) محاطی و محیطی

۲۷- در شکل زیر، دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ بر دایره محیط شده است. مساحت این دایره کدام است؟



(۱) ۴π

(۲) ۶π

(۳) ۸π

(۴) ۱۰π

محل انجام محاسبات

۲۸- کدام گزاره در مورد بازتاب محوری درست است؟

- (۱) شیب خط همواره حفظ می‌شود.
 - (۲) در حالتی که خط با محور بازتاب موازی است، شیب خط حفظ می‌شود.
 - (۳) در حالتی که خط بر محور بازتاب عمود است، شیب خط حفظ نمی‌شود.
 - (۴) جهت شکل همواره حفظ می‌شود.
- ۲۹- یک مثلث متساوی‌الاضلاع را حول نقطه O محل برخورد سه میانه مثلث دوران داده‌ایم. اگر دوران یافته مثلث بر خودش منطبق شده باشد، زاویه دوران چند درجه می‌تواند باشد؟

- (۱) 60° (۲) 90° (۳) 120° (۴) 180°

- ۳۰- دایره‌های $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مماس خارجی‌اند. اگر دایره $C''(O'', R'')$ انتقال یافته دایره C تحت بردار $\overrightarrow{OO'}$ باشد، دایره‌های C' و C'' نسبت به هم چگونه‌اند؟
- (۱) متخارج (۲) متقاطع (۳) مماس خارج (۴) بستگی به شعاع دایره‌ها دارد.

مدت پاسخ‌گویی: ۱۷ دقیقه

آمار و احتمال

۳۱- گزاره $(\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow F) \wedge (r \Rightarrow F)$ درست است. کدام نتیجه‌گیری حتماً درست است؟

- (۱) از بین p و q یکی درست و دیگری نادرست است.
- (۲) p و q حتماً درست هستند.
- (۳) p و q می‌توانند هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.
- (۴) p و q حتماً نادرست هستند.

۳۲- کدام گزاره نادرست است؟

- (۱) $(\neg(\forall x \in \mathbb{Z}; x \in \mathbb{Q})) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{Q}; x^2 + \sqrt{2}x = 0)$
- (۲) $\neg(\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + x + 3 < 0) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{Z}; x \in \mathbb{Q})$
- (۳) $(\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x + 1} = x - 1) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + x + 3 < 0)$
- (۴) $\neg(\exists y \in \mathbb{R}; y^2 + 1 = 0) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x + 1} = x - 1)$

محل انجام محاسبات

۳۳- A و B دو مجموعه ناسازگار هستند که تعداد عضوهایشان با هم برابر است. اگر تعداد زیرمجموعه‌های $A \cup B$ ، ۲۴۱ تا بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های A سره A باشد، $P(A)$ یعنی مجموعه توانی A چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۳۲ (۴) ۲۱۶

۳۴- اگر $A' \subseteq B' \Rightarrow (A \cup B)' \cup (A - B) \cup (B \cap A') = A$ کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

- (۱) $A' \subseteq B'$ (۲) $A \subseteq B'$ (۳) $B \subseteq A'$ (۴) $B' \subseteq A'$

۳۵- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq [x] \leq 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 1\}$ مساحت ناحیه نمودار $A \times B$ کدام است؟ ($[x]$ نماد جزء صحیح است و $|x|$ نماد قدر مطلق است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۳۶- برای دو پیشامد A و B از فضای S اگر $\frac{1}{4}P(B-A) = \frac{1}{3}P(B')$ مقدار $P(B-A')$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۷- عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد انتخابی این‌گونه نیست که «بر ۲ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۳ بخش‌پذیر نباشد»؟

- (۱) $\frac{83}{100}$ (۲) $\frac{17}{100}$ (۳) $\frac{33}{50}$ (۴) $\frac{17}{50}$

۳۸- برای دو مجموعه $A = \{x^2 - y^2, 1\}$ و $B = \{3^{x+y}, 32\}$ می‌دانیم: $A \times B = B \times A$ مقدار $x + 3y$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) -۴

۳۹- در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه وجود دارد. ۳ مهره به طور تصادفی از کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی در مهره‌های خارج شده تعداد مهره‌های سیاه بیشتر از مهره‌های سفید است؟

- (۱) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۴۰- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد چهار برابر هر عدد زوج است. در یکبار پرتاب این تاس به چه احتمالی عدد اول ظاهر می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{8}$

محل انجام محاسبات